

Analyse

EXERCICE N°1

I°// Soit f la fonction par: $f : x \mapsto -2x^3 + 3x^2 - 3$. On désigne par ζf sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

- 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 2- a) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$
b) Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x dans \mathbb{R}
- 3- a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à ζf au point d'abscisse $x_0 = \frac{1}{2}$
b) Etudier la position de ζf par rapport à T

II°// Soit g la fonction par: $g : x \mapsto \begin{cases} -2x^3 + 3x^2 - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ -2 + (1-x)\sqrt{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$. On désigne par ζg sa courbe

représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

- 1- Montrer que g est continue sur \mathbb{R}
- 2- a) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 1 puis interpréter graphiquement le résultat
b) g est-elle dérivable en 1?
- 3- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$
- 4- Pour $x > 1$; calculer $g'(x)$ et déterminer son signe

Exercice n°2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $\begin{cases} f(x) = 2\sqrt{x} + 1 & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = ax^2 + bx & \text{si } x < 1 \end{cases}$

- 1) Déterminer une relation entre les réels a et b pour que f soit continue au point 1
- 2) Déterminer les réels a et b pour que f soit dérivable au point 1
- 3) On suppose : $a = -2$ et $b = 5$
 - a) Montrer que f est dérivable en tout réel x_0 et déterminer $f'(x_0)$
 - b) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) de f au point d'abscisse x_0
 - c) Soit $A(0 ; 3)$. Existe-il des tangentes à la courbe (C) de f passant par le point A ?

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \\ f(x) = x^2 - x - 2 & \text{si } x < 2 \end{cases}$. On désigne par ζf sa courbe

représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

- 1- Etudier la continuité de f en 2



- 2- a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 puis interpréter graphiquement le Résultat
 b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2 puis écrire l'équation de la demi Tangente notée T_g
 c) f est elle dérivable en 2? Représenter les deux demi tangentes
- 3- Soit $x_0 \in]2, +\infty[$
- a) Montrer que f est dérivable en x_0 et on a: $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0-1}}$
- b) Existe t-il des points de ζf d'abscisse >2 où la tangente soit parallèle à la droite
 $D: y = \frac{1}{4}x + 1$
- 4- Montrer que f est dérivable sur $] -\infty, 2[$
- a) Calculer $f'(x)$
 b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à ζf au point d'abscisse 0 notée T_0
 c) Etudier la position relative de ζf et T_0

Géométrie

EXERCICE N°1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . On donne les points $A(1,1); B(-2,5)$ et $C(2,3)$

- 1- a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$
 b) Calculer les distances AB et AC, en déduire $\cos(\widehat{BAC})$
- 2- a) Donner une équation cartésienne du cercle ζ de diamètre [BC]
 b) Donner une équation cartésienne de la tangente Δ au cercle ζ en B
 c) Calculer la distance du point A à la droite Δ
 d) Donner les coordonnées du point H projeté orthogonale de A sur Δ
- 3- Déterminer l'ensemble des points M dans chacun des cas suivants
- a) $2MA^2 + MB^2 = 33$
 b) $\overline{AB} \cdot \overline{AM} = \overline{AB} \cdot \overline{MB}$

EXERCICE N°2

Soient ABC un triangle rectangle en A avec $AB=3$ et $AC=4$, $I=B \cdot C$ et A' le projeté orthogonale de A sur (BC)

- 1- a) Calculer $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$ et $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$
 b) Déduire que $BA' = \frac{9}{5}$
 c) Calculer AI et IA'
- 2- Soit D l'ensemble des points du plan définie par: $D = \{M \in P \text{ tel que: } MB^2 - MC^2 = -7\}$
- a) Vérifier que pour tout M point du plan on a: $MB^2 - MC^2 = 2\overline{IM} \cdot \overline{BC}$
 b) Démontrer alors que l'ensemble D c'est la droite (AA')